Universiteit Utrecht

Freudenthal Instituut

Rubric voor wiskundig redeneren en schrijven op de Wiskunde B-dag

Hieronder zie je een rubric met drie onderdelen waar je op let als je een werkstuk voor wiskunde schrijft. Deze onderdelen gaan allemaal over het opschrijven van wiskundige redeneringen. Voor elk onderdeel zijn er drie niveaus beschreven, waarbij niveau 3 het beste is. Hou er rekening mee dat er ook andere criteria zijn waar een goed werkstuk aan voldoet. Zo zijn opbouw, verhaallijn en lay-out bijvoorbeeld ook van belang.

niveau	3	2	1
Redeneren en bewijzen	Beweringen worden onderbouwd met redeneringen en bewijzen. Redeneringen zijn sluitend en correct.	Bijna alle beweringen worden ondersteund met uitleg en redeneringen. Redeneringen zijn grotendeels correct, maar missen details of denkstappen.	Enkele beweringen worden onderbouwd. Redeneringen bevatten fouten, cirkelredeneringen of missen cruciale details of denkstappen.
Communiceren en voorbeelden gebruiken	Denkstappen en redeneringen worden helder verwoord. Algemene ideeën worden geïllustreerd met geschikte voorbeelden. Eventuele gaten in redeneringen worden toegelicht.	Denkstappen en redeneringen worden grotendeels helder verwoord, maar bevatten soms onduidelijkheden. Sommige conclusies en ideeën worden alleen geïllustreerd aan de hand van voorbeelden.	Denkstappen en redeneringen worden niet of onduidelijk verwoord. Voorbeelden geven geen duidelijk beeld van voorgestelde ideeën en/of nemen de plaats in van redeneringen.
Representeren en visualiseren	Uitleg en redeneringen worden visueel ondersteund door bijvoorbeeld plaatjes, tabellen of diagrammen. Deze visualisaties zijn overzichtelijk en duidelijk gerelateerd aan de tekst. Er wordt gebruik gemaakt van bekend wiskundig gereedschap zoals formules.	De visuele ondersteuning is soms onduidelijk of is niet duidelijk verbonden met de tekst. Het gebruik van wiskundig gereedschap is beperkt of is niet geschikt voor de gegeven situatie.	Er wordt geen/nauwelijks visuele ondersteuning gegeven. Plaatjes en tekst zijn niet gerelateerd. Er wordt geen wiskundig gereedschap gebruikt of de tekst wordt onleesbaar door een overvloed aan wiskunde.

Op de volgende pagina staan fragmenten van werkstukken die door leerlingen zijn geschreven tijdens de Wiskunde B-dag 2012.[1] Omdat we hier slechts korte fragmenten laten zien, doen we hier geen recht aan de volledige werkstukken.

De drie groepen hebben dezelfde inzichten gehad, maar deze op een andere manier verwoord. De tekstwolken geven weer hoe de onderdelen van de rubric terugkomen in deze uitwerkingen.

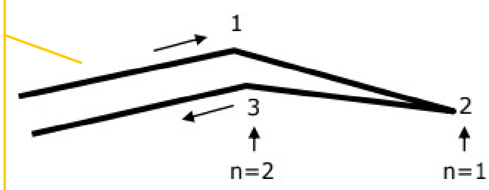
[1] Een verkorte versie van deze opdracht kan worden gevonden op http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/28862/

Voorbeelduitwerkingen met opmerkingen

Uitwerking 1

vouw n=1 geeft 2 looppatronen, R en L
vouw n=2 geeft 2 nieuwe knikken, dus 3 in totaal. Deze twee nieuwe knikken ontstaan in 1 vouw, zie het volgende figuur:

Dit plaatje ondersteunt duidelijk het looprichting-argument . Ook wordt er expliciet naar het plaatje gerefereerd in de tekst. (niveau 3)



Het looprichting-argument verklaart de afwisselende R'en en L'en. (niveau 3)

Het plaatje en de argumenten voor de eerste drie vouwen dienen als voorbeeld voor een algemeen patroon. De uitleg is grotendeels helder, maar deze zin is een beetje vaag. (niveau 3)

De looprichting van knik 1 en 3 zijn tegengesteld. Dat betekent dat er altijd een L en een R bijkomen, en dat er geen LL of RR bij kan komen. Dus wanneer we dit in een schema zetten, krijg je:

Vouw n=3 geeft 2^{n-1} (Dit is de algemene formule* voor de hoeveelheid nieuwe knikken) = 4 nieuwe knikken, uit de figuur n=2 is te concluderen dat deze knikken afwisselen met LRLR of RLRL. Deze 4 letters komen tussen de letters van de vorige vouw te staan, want bij het vouwen zitten alle vouwen aan het uiteinde. Een nieuwe vouw komt dus tussen de andere vouwen. Dit verklaart dat er bij vouw n nieuwe vouwen komen tussen de vouwen van n-1.

*deze formule wordt in het werkstuk toegelicht.

Deze algemene bewering volgt uit het principe dat hierboven wordt verklaard. (niveau 3)

Er is geprobeerd de bewering te onderbouwen, maar de verklaring verklaart weinig. (niveau 2)

Uitwerking 2

Als je een knik vanaf links neemt, dan heeft deze de tegenovergestelde waarde van dezelfde knik maar dan vanaf rechts geteld. Dit komt, doordat elke vouw die je maakt verschillende knikken maakt, maar wel andersom! Alles gespiegeld wordt door het midden bij de 2[e] vouw, bij de 3[e] vouw wordt het door het midden en in deze stukken ook door het midden gespiegeld. Dit gaat zo maar door. Zie de tabel hieronder.

Deze zin is vrij onduidelijk. Een korte toelichting en een voorbeeld zouden hier hebben geholpen. (niveau 1-2)

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Vouw	4	3	4'	2	4	3'	4'	1	4	3	4'	2'	4	3'	4'

Als je de tabel eenmaal doorgrond, is deze erg inzichtelijk.
Een korte beschrijving zou hier op zijn plaats zijn. (niveau 2-3)

Uitwerking 3

De lijnen volgen een paar regels:

Er wordt niet uitgelegd wat 'coderen' hier betekent. (niveau 2)

- De 'n'ste vouw, met n een heel getal, codeert voor de knikken op de plaatsen $\frac{1+2m}{2^n}$, met m een geheel getal, en het totaal < 1.
- Bij de 'n'ste keer vouwen, zal de vouw op $\frac{1}{2^n}$ van de strook kloppen, dat wil zeggen: de knik op $\frac{1}{2^n}$ van de strook gaat dezelfde richting als de 'n'ste vouw.
  Bijvoorbeeld: bij de eerste vouw naar rechts is de vouw op $\frac{1}{2}$ van de strook ook naar rechts. Op deze manier vouwt het looppatroon voor ons open.
  Bijvoorbeeld: bij de tweede vouw naar rechts, codeert voor een vouw op $\frac{1}{4}$ van de strook ook naar rechts en een omgekeerde vouw (naar links dus) op $\frac{1+2m}{2^n} = \frac{1+2}{2^2} = \frac{3}{4}$

Er wordt hier een algemeen principe geformuleerd, maar er wordt voor geen enkele bewering een verklaring gegeven. (niveau 1)

De formules kloppen en kunnen een goede wiskundige onderbouwing vormen, maar de connectie met het probleem is onduidelijk. Hoe je op de formule bent gekomen is belangrijk voor het werkstuk. (niveau 1-2)

Het voorbeeld gebruikt een regel die nog niet is genoemd (niveau 1-2)